

1. Rispetto ad un sistema di assi ortogonali (Oxy) si consideri il punto A(2;0).

Si scriva l'equazione dei punti P(x;y) del piano che verificano la condizione:

$$(PO)^2 + 2(PA)^2 = 8$$

controllando che sia una circonferenza di cui si calcolino le coordinate del centro e il raggio.

$$R. \quad x^2 + y^2 - \frac{8}{3}x = 0; C\left(\frac{4}{3}; 0\right), r = \frac{4}{3}$$

2. Si scriva l'equazione della cubica  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  che passa per l'origine, ha un minimo nel punto di ascissa  $x = 2$  e un flesso in  $x = \frac{1}{2}$  con tangente di coefficiente angolare  $m = \frac{-9}{4}$ ; si studi tale funzione e si tracci il suo grafico.

$$R. \quad \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0$$

3. Si calcoli il limite della funzione  $\frac{x^2 \cos x}{x^2 - \sin^2 x}$ , quando x tende a 0.

R. (dividi numeratore e denominatore per.....)  $\infty$

4. Si dimostri che l'equazione  $e^x - x^2 = 0$  ha un'unica soluzione reale negativa e se ne calcoli un valore approssimato con una cifra decimale.

$$R. \quad -0,7$$

5. Si scelga a caso un punto P all'interno di un cerchio. Si determini la probabilità che esso sia più vicino al centro che alla circonferenza del cerchio.

$$R. \quad \frac{1}{4}$$

6. Si calcoli il numero  $n$  che verifica la seguente equazione:  $4 \binom{n+1}{2} = \binom{n+2}{3}$ .

$$R. \quad n = 10$$

7. Provare che una sfera è equivalente ai  $\frac{2}{3}$  del cilindro circoscritto.

8. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione:  $x e^x - 2 = 0$

R. 1 soluzione

9. Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Se si scelgono tre studenti a caso, qual è la probabilità che essi siano tutti maschi?

$$R. \quad \frac{11}{28}$$

10. Tra le curve della famiglia di equazione:

$$y = \frac{x^2 - 2x + k}{x - 1}$$

determinare quella avente il punto di minimo in  $x = 2$ . Studiare la funzione ottenuta e rappresentarne il grafico.

$$R. \quad k = 2; \text{Max}(0; -2), \text{asintoto obliquo: } y = x - 1$$

11. Rappresentare il grafico della funzione

$$\Gamma: y = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2} \text{ e quello della funzione } y = \left| \frac{4x - 12}{(x - 2)^2} \right|$$

scrivi inoltre l'equazione della funzione simmetrica della  $\Gamma$  rispetto alla retta  $y = 1$ .

$$R. \quad \text{Max}(4; 1), \text{flesso}(5; 8/9); y = \frac{2x^2 - 12x + 20}{(x - 2)^2}$$