

PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA
CLASSI V A Lst e V B Lst - ANNO SCOLASTICO 2008-09

1. LIMITI DI UNA FUNZIONE

Ripasso sui limiti di una funzione:

1. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$
2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ con definizione di asintoto verticale: $x = a$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = l$ con definizione di asintoto orizzontale: $y = l$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

Ripasso sulle forme di indeterminazione: $\infty - \infty$; $\frac{0}{\infty}$; $\frac{\infty}{0}$; $0 \cdot \infty$.

I limiti notevoli

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ con dimostrazione, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ con dimostrazione
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ attraverso una procedura di calcolo con excel, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x\right)^{\frac{1}{x}} = e$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$ con dimostrazione, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$ con dimostrazione, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

2. FUNZIONI CONTINUE

Le funzioni continue.

I punti di discontinuità:

1. I specie: *salto finito*
2. II specie: *salto infinito o almeno un limite non esiste*
3. III specie: *eliminabile*.

Le funzioni definite per punti.

I teoremi sulle funzioni continue:

1. Weierstrass: *interpretazione grafica e controesempi*.
2. Codominio di una funzione continua: *interpretazione grafica e controesempi*.
3. Esistenza degli zeri di una funzione continua: *interpretazione grafica e controesempi*.

Ricerca degli zeri di una funzione con il metodo di bisezione (*procedura di calcolo con excel*).

3. DERIVABILITA'

Il rapporto incrementale di una funzione in un intervallo.

La derivata in un punto.

Le regole di derivazione con dimostrazione nei seguenti casi:

1. somma di funzioni
2. costante per una funzione
3. prodotto di funzioni
4. reciproca di una funzione
5. quoziente di una funzione.

Le formule di derivazione delle funzioni principali (*con dimostrazione*).

1. $y = k$ $y = x$ $y = x^\alpha$ $y = \sqrt{x}$ $y = |x|$
2. $y = a^x$ $y = e^x$ $y = \log_a x$ $y = \ln x$
3. $y = \sin x$ $y = \cos x$ $y = \operatorname{tg} x$ $y = \operatorname{cotg} x$.

La retta tangente ad una curva in un punto: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Gli intervalli di crescita $f'(x) > 0$ e decrescita $f'(x) < 0$ di una funzione.

I punti stazionari $f'(x_0) = 0$: massimi, minimi, flessi a tangente orizzontale.

I punti estremanti: definizione di massimo assoluto e relativo, definizione di minimo assoluto e relativo.

I punti singolari $D' \subset D$: angoloso, cuspidi, a tangente verticale.

La derivata di una funzione composta $y = f(g(x))$.

Le funzioni inverse in particolare $y = \arcsin x$ $y = \arccos x$ $y = \arctg x$.

La derivata di una funzione inversa in particolare $y = \arcsin x$ $y = \arccos x$ $y = \arctg x$.

Il teorema dalla derivabilità alla continuità (*con dimostrazione*).

Il teorema di Fermat (*con dimostrazione*).

Il teoremi di Rolle (*con dimostrazione*).

Il teorema di Lagrange o del valore medio (*con dimostrazione*) .

I corollari del teorema di Lagrange (*con dimostrazione*) :

1. se $f'(x) = 0 \rightarrow f(x) = k$.

2. se $f'(x) > 0 \rightarrow f(x)$ è crescente.

Il teorema di De l'Hopital nella forma $\frac{0}{0}$ e nella forma $\frac{\infty}{\infty}$

La derivata seconda.

La concavità verso l'alto $f''(x) > 0$, la concavità verso il basso $f''(x) < 0$ e i punti di flesso $f''(x) = 0$ di una funzione.

4. STUDIO DI FUNZIONI

Le funzioni razionali intere in particolare quadratiche, cubiche.

Le funzioni razionali fratte.

Le funzioni irrazionali.

Le funzioni goniometriche.

Le funzioni logaritmiche ed esponenziali.

Schema per lo studio di una funzione:

1. Il dominio, i punti d'intersezione con gli assi

2. Il segno, i limiti negli estremi degli intervalli del dominio: asintoti orizzontali, verticali e obliqui

3. La funzione derivata e il suo dominio: i punti angolosi, di cuspidi e a tangente verticale

4. Gli intervalli di crescita, decrescita, i punti di massimo, di minimo e di flesso a tangente orizzontale

5. La derivata seconda con la concavità e i punti di flesso

6. La rappresentazione grafica della funzione.

Il grafico di una funzione applicando una trasformazione geometrica.

Il grafico del reciproco di una funzione $y = \frac{1}{f(x)}$.

Il grafico del modulo di una funzione $y = |f(x)|$.

5. INTEGRAZIONE

La primitiva di una funzione.

L'integrale indefinito delle funzioni fondamentali.

L'integrazione per parti (*con dimostrazione*) $\int f(x) g'(x) dx$.

L'integrazione per sostituzione.

L'integrazione delle funzioni razionali fratte di II grado:

1. la divisione di due polinomi

2. caso $\Delta > 0$
3. caso $\Delta = 0$
4. caso $\Delta < 0$ (*metodo del completamento al quadrato*).

L'integrazione numerica: l'approssimazione per difetto e per eccesso di un'area (*procedura di calcolo con excel*).

L'integrale definito $\int_a^b f(x) dx$ e le sue proprietà.

Il teorema della media integrale (*con dimostrazione*) $\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(c)$, il valore medio.

La funzione integrale $F(x) = \int_a^x f(t) dt$.

Il teorema fondamentale del calcolo integrale (*con dimostrazione*) $F'(x) = f(x)$.

La formula fondamentale del calcolo integrale (*con dimostrazione*) $\int_a^b f(x) dx = P(b) - P(a)$.

L'area della superficie compresa tra i grafici di due funzioni $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

Il volume dei solidi di rotazione $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Gli integrali generalizzati del

I tipo $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ e

Il tipo $\int_a^b f(x) dx$ con $x = a$ o $x = b$ asintoti verticali.

6. PROBLEMI

- I problemi di carattere geometrico.
- I problemi di carattere goniometrico.
- I problemi di geometria analitica.
- I problemi sulle funzioni.
- I problemi di massimo e minimo.
- I problemi sul calcolo combinatorio e di probabilità.

Il docente: prof. L. Pavesi

San Donato Milanese, 5 giugno 2009