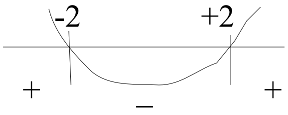
STUDIO DI UNA FUNZIONE IRRAZIONALE FRATTA

$$y=\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}$$

1. DOMINIO

a) condizione d'esistenza della radice: $x^2-4\geq 0$

disequazione di II grado $\rightarrow$ equazione associata $x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$



sol. $x\leq -2\,;\, x\geq 2$

b) condizione d'esistenza della frazione: $x-5\neq 0$ sol. $x\neq 5$

c) In conclusione:

$$\begin{cases} x\leq -2\,;\, x\geq 2 \\ x\neq 5 \end{cases}$$

D: (–∞;–2] ; [+2;+5) ; (+5;+∞)

2. INTERSEZIONE CON GLI ASSI

a) asse y non appartiene al dominio

b) asse x : $\begin{cases} y=0 \\ y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-5} \end{cases} \rightarrow \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}=0 \rightarrow x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$

c) in conclusione: **asse y: nessuna intersezione** **asse x: A(-2;0) B(+2;0)**

3. SEGNO DELLA FUNZIONE

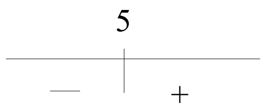
La funzione si presenta come fratta:

a) segno del numeratore (N): $\sqrt{x^2-4}$

una radice quadrata dove esiste è sempre positiva o nulla

b) segno del denominatore (D): $x-5$

essendo di I grado $\rightarrow x-5>0 \rightarrow x>5$



c) in conclusione

		-2	2	5
N	+		+	+
D	–		–	+
N/D	–		–	+

4. LIMITI NEGLI ESTREMI DEL DOMINIO – ASINTOTI

a) $\lim_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}=\lim_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{x^2(1-\frac{4}{x^2})}}{x(1-\frac{5}{x})}=\lim_{x\to -\infty}\frac{|x|\sqrt{(1-\frac{4}{x^2})}}{x(1-\frac{5}{x})}=\lim_{x\to -\infty}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to -\infty}\frac{-x}{x}=-1$

b) $\lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}=\lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x^2(1-\frac{4}{x^2})}}{x(1-\frac{5}{x})}=\lim_{x\to +\infty}\frac{|x|\sqrt{(1-\frac{4}{x^2})}}{x(1-\frac{5}{x})}=\lim_{x\to +\infty}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{x}{x}=+1$

c) $\lim_{x\to 5\,sin.}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}=\lim_{x\to 5\,sin.}\frac{\sqrt{21}}{0}=-\infty$

d) $\lim_{x\to 5\text{dx.}}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}=\lim_{x\to 5\text{dx.}}\frac{\sqrt{21}}{0}=+\infty$

e) $\lim_{x\to \pm 2}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-5}=0$

f) in conclusione

se	$x \to -\infty$	**allora**	$y \to -1$			**asintoto orizzontale**
se	$x \to +\infty$	**allora**	$y \to +1$			**asintoto orizzontale**
se	$x \to 5\,sin.$	**allora**	$y \to -\infty$	**per cui**	$x = 5$	**asintoto verticale**
se	$x \to 5\,dx.$	**allora**	$y \to +\infty$	**per cui**	$x = 5$	**asintoto verticale**

5. RAPPRESENTAZIONE GRAFICA